

## כאוס בכלכלה<sup>1</sup>

(רבעון לכלכלה, יולי 1994)

### אפרים תמרי

#### הקדמה

לרשות הכלכלן העוסק בחיזוי (או בתכנון המחייב כלי חיזוי כתנאי הכרחי, אך לא מספיק), עומדות שתי אלטרנטיבות מתודולוגיות לביצוע משימתו. הראשונה (המקובלת), האקונומטרית, סטוכסטית באופיה ומסתמכת על התפלגויות נורמליות של המשתנים, בונה קבוצת משוואות התנהגות אקונומטריות ad hoc עבור המשק אשר בו היא מטפלת (מודל אקונומטרי). השנייה, האקונומטרית (שאינה מקובלת עדיין), דטרמיניסטית באופיה, מתבססת על התפלגויות פרקטליות, בונה משוואות-יסוד אוניברסליות בעלות מקדמים ad hoc המותאמים לכל משק. לגישה השנייה - שהיא אינטרפרטציה כלכלית לכאוס - מוקדש הספר הנסקר כאן. להלן נבחן את שתי הגישות בתחזיותיהן.

#### כאוס בכלכלה

האלטרנטיבה הראשונה תיבחן בתכניות/תחזיות של הרשות לתכנון כלכלי [הרשות לתכנון לאומי וכלכלי 1985, 1988]. להלן השוואת התוצאות בין התכנון/חיזוי כפי שנתפרסמו בשתי התכניות האחרונות שזמן תחולתן הסתיים, לבין הנתונים בפועל כפי שהתפרסמו ע"י הלמ"ס [למ"ס 1994]. לכל תכנית היו תנאים לקולא ולחומרה במבחן העתידי אשר בו נדרשה לעמוד.

#### לוח שיעורי גידול מתוכננים/חזויים ובפועל

שיעורי גידול	אוכלוסיה	תמ"ג	צריכה פרטית	ייצוא
<b>(ממוצע רב תקופתי, %)</b>				
תכנית 1990-1986 (שנת בסיס 1985)				
תכנית (P)	1.70	4.20	2.60	8.80
בפועל (A)	1.94	4.37	6.82	4.33
סטייה יחסית (P/A1-)	0.14	0.04	1.62	0.51-
תכנית 1992-1988 (שנת בסיס 1987)				
תכנית (P)	1.60	4.50	3.20	6.50
בפועל (A)	3.24	4.43	5.05	3.17
סטייה יחסית (P/A1-)	1.03	0.02-	0.58	0.51-

<sup>1</sup> Alfredo Medio in collaboration with Giampaolo Gallo, 1992, "Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics", includes DMC software by Gallo, G., Cambridge University Press.

בתכניות שנבדקו כאן, להן יש גיבוי אקונומטרי [כלי התכנון... 1988, Drachman and Zilberfarb], ניתן לסמוך על תכנון/חיזוי התמ"ג. חיזוי השימושים לוקה בחסר, בין השאר מפאת רצון המתכנן ל"תקן" את המסר האקונומטרי (במקרה זה - שיעורי גידול של צריכה פרטית גבוהה וייצוא נמוך מדי לטעמו של המתכנן). לחילופין ניתן לאמור כי אין בכוחה של הרשות לאכוף את המדיניות הכלכלית המתבקשת מתכניתה הכלכלית.<sup>2</sup>

האלטרנטיבה השנייה, המסתמכת על הגישה הדטרמיניסטית, מתארת את המציאות הכלכלית באמצעות "משוואות יסוד אוניברסליות" (מעין "מתכון" או "תכנית בנייה") אשר מקדמיה משתנים לפי הצרכים. גם לגישה זו כבר יש תחזיות ושתיים מהן מובאות להלן. הראשונה לקוחה מספרו של באטרא [באטרא]. אמנם המלחמה שחזה (אם נייחס את התחזית למלחמת המפרץ) היא בינתיים מיני-מלחמה, והשפל הגדול של שנות התשעים שנחזה על ידו, הוא בינתיים מיני-שפל, וציניקנים יאמרו ש"זה לא זה"<sup>3</sup>. אך האין זה בדיוק המסר של תורת הכאוס: "אותו נהר אבל לא אותם המים", "אותו המתכון אך לא אותו הטעם", "אותו מושך (מוזר) אך לא אותו המסלול" ? תחזית שנייה מתייחסת לעתיד הצפוי לכלכלת יפן והצפוי לבורסה בתל אביב (בשניה הטעות של 10% בציר הזמן) [תמרי 1990 עמ' 232; 1993].

שתי המתודות נבדלות בטיב החיזוי שלהן. לראשונה כוח חיזוי נומרי ללא יכולת לחזות שינויי מגמה, ואילו השנייה חוזה שינויי מגמה מבלי שיהיה לה, עדיין, כוח חיזוי נומרי. לפיכך שילוב השתיים הוא האופטימלי בשלב זה. ראוי לזכור כי הגישה הראשונה - האקונומטרית - היא תופעה מדעית צעירה ביחס לשנייה אך בשימושה הכלכלי הצטבר נסיון אמפירי רב (מאז שנות השישים). הגישה השנייה - האקונומטרית - ותיקה מהראשונה אך צעירה לימים בכלכלה, שימושה עדיין בגדר "חשמל ברגל הצפרדע" ומעטים בלבד, לעת עתה, מאמינים בכוחה האנליטי והחיזוי בכלכלה. הדואליות המתפתחת בתיאוריה הכלכלית מקבילה באופיה (ולא במקרה) לדואליות שהתפתחה בפיזיקה בתחילת המאה. לדואליות זו התייחס איינשטיין באומרו כי "האל אינו משחק בקובייה".

כאוס<sup>4</sup> (במובנו הרחב) הוא שמה של תורה מדעית המכילה את כל המיגוון האפשרי של מערכות דינמיות, תיאורטיות ואמפיריות כאחד, לינאריות ולא-לינאריות, רציפות ולא-רציפות (בדידות). המערכות הללו מטופלות באמצעות משוואות דיפרנציאליות, משוואות אינטגרל-דיפרנציאליות ומשוואות הפרשים הנגזרות ממשוואות יסודיות המתארות את המרחב עליו (ובו) שוכנת התופעה. פיתוחו של המחשב מאפשר ביצוע סימולציות רבות (איטרציות) שהן מאבני היסוד של מערכות דינמיות משוביות לסוגיהן.

עיקרה של התורה הכאוטית מעבר לתכונותיה הקלאסיות (אשר נתגלו רק לאחרונה בעזרת המחשב), הוא הכללתה של נקודת-השבת (ש"מ) למושכים-תקופתיים (periodical attractors) ולמושכים-מוזרים (strange attractors) לצורותיהם השונות.<sup>5</sup> דוגמה למושך-מוזר "קלאסי"

<sup>2</sup> על מנת שהרשות תוכל להתמזג בעיצוב המדיניות הכלכלית, השוטפת וארוכת הטווח, יש לתקן את האנומליה של היות נגיד בנק ישראל גם היועץ הכלכלי לממשלה.

<sup>3</sup> אמנם באטרא משתמש רק בניסוח גרפי של מחזוריות ואין לו ניסוח מתמטי, אך זה שקול כנגד הצגה אנליטית, הגם שאיננו יודעים עדיין את המנגנון המתמטי השולט במחזוריות זו.

<sup>4</sup> ספרו של ג'ימס גליק מאפשר כניסה אינטואיטיבית טובה לתחום הכאוס.

<sup>5</sup> ניתן לדמות מושך-מוזר לספירלה קוטלת זבובים. ברגע שזבוב נכנס לחדר (המרחב המוגדר) שהוא מרחב המשיכה של הסליל, הזבוב יימשך (מכל נקודת מוצא בחדר) לאחת מהנקודות על הסליל. צורת מסלולו ומקום נחיתתו על הסליל מותנים במספר פרמטרים.

הוא מושך לורנץ (Lorenz) [גליק], דוגמה למושך-מוזר המשמש בכלכלה הוא מושך רוסלר (Rossler) [Goodwin]. בספרי מוצג מושך-מוזר חדש (המובא כאן גרפית והופק בתוכנת ספר זה). אשר עוצב כסימולטור למערכת כלכלית מוניטרית גלובלית [תמרי 1991, 1994].<sup>6</sup>

### כאוס וכלכלה

הנסיון למצוא מבנה כאוטי בסדרות עיתיות כלכליות ופיננסיות לא עלה יפה עד כה (לפי הידוע לי א"ת)<sup>7</sup> [Brock et al, Barnet et al]. את השפעת הכאוס, על הסדרות העיתיות הכלכליות (באם הוא מצוי בהם), נפרש במהלך הזמן כזעזוע חיצוני במקרה הטוב או כרעש במקרה הרע.<sup>8</sup>

הספר הנסקר כאן לא בא לחדש בכלכלה [כספריהם של Peters, Goodwin, תמרי 1991, 1995 ואחרים], אלא בא ליידע את הכלכלנים באשר לכלי הניתוח של תורת הכאוס. לשם כך צורפה לספר תוכנה לעיבוד נומרי והצגה גרפית של המשוואות הכלכליות שהקורא מבקש לעצבן כמודל כלכלי.

הספר נחלק לשלושה חלקים: החלק התיאורטי (פרקים 1-10); החלק האמפירי (פרקים 11-14) והמדריך לתוכנה (פרק 15). החלק הראשון מציג את כלי הניתוח של תורת הכאוס: **מפות פונקצורא** - חתכי רוחב בהם מופיעה התופעה במחזוריות (מעין רשתות דייגים הנפרשות במרווחים); **ניתוח ספקטרי** - מנתח את התופעה (סדרה עיתית) כתופעה מחזורית בהתאם לעוצמת המחזור ותדירותו; **מסלול (orbit)** - הנתבי הגרפי של הפתרון הנומרי; **חזקות ליאפונוב (Lyapunov exponents)** - הדעיכה או הצמיחה של המרחק, בין שני תנאי התחלה שונים, עם הזמן; **ממד המרחב** - היחס בין מספר התאים בהן מופיע הפתרון לבין סך התאים במרחב הנידון (בתופעות כאוטיות הממד אינו מספר שלם); **דינמיקה סימבולית** - צורת כתיבה והיקש הנוחים לטיפול בתהליכים דינמיים; **מושכים ומושכים מוזרים (attractors and strange attractors)** - אוסף נקודות-השבת (נקודות שיווי-משקל **fixed point**) אליהן נמשכת המערכת מכל נקודות ההתחלה השייכות למרחב (ראה את קבוצת המשיכה - 'המושך המוזר הכלכלי' בציור); **הפרעות והתפצלויות (perturbations and bifurctions)** - זעזוע המערכת סביב נקודות-השבת (ש"מ) באמצעות שינוי פרמטרי ולימוד התנהגותה של המערכת בתגובה לשינוי זה, וכן את תגובת המערכת לשינוי פרמטרי רציף; **התורה הארגודית (Ergodic Theory)** - המתייחסת למערכת בה ממוצע המשתנה לאורך הזמן שווה לממוצע המשתנה במרחב המצב (או הפאזה); וכן שאר כלי הניתוח של תורת הכאוס.

החלק השני מוקדש לבחינה ונסיון של הסבת מודלים כלכליים דינמיים קיימים למודלים כלכליים דינמיים כאוטיים. המחבר מראה כיצד ניתן להכניס פיגורים יחד עם אי-לינאריות במודלים כלכליים מקובלים - מודלים של צמיחה בדורות חופפים ומודל של מלאי והשקעה - ולקבל כאוס. את הכאוס ניתן להכניס במודלים אלו באמצעות הכנסת פיגורים במערכת משובית, הכנסת שוני בקצבי הגידול בין החסכון והמלאי, בין הריבית והתשואה וכדומה.

<sup>6</sup> המסלול הרלוונטי לצרכינו בצירור זה הוא מנקודת המוצא (Q,M,P; 1:1/3:1/3), נקודת מוצא הנחשבת כאופטימלית) ועד למספריים (לפני שהמושך שואב אותו אליו). המסלול מכיל כ-60 איטרציות (שנים). ניתן להבחין כי בתחילת הדרך תפוקתו השולית של הכסף גדלה (שורץ), לאחר מכן מתמתנת (ארה"ב) ומתאפסת (ישראל) ובסוף נהיית שלילית (ברה"מ לשעבר) [תמרי 1989].

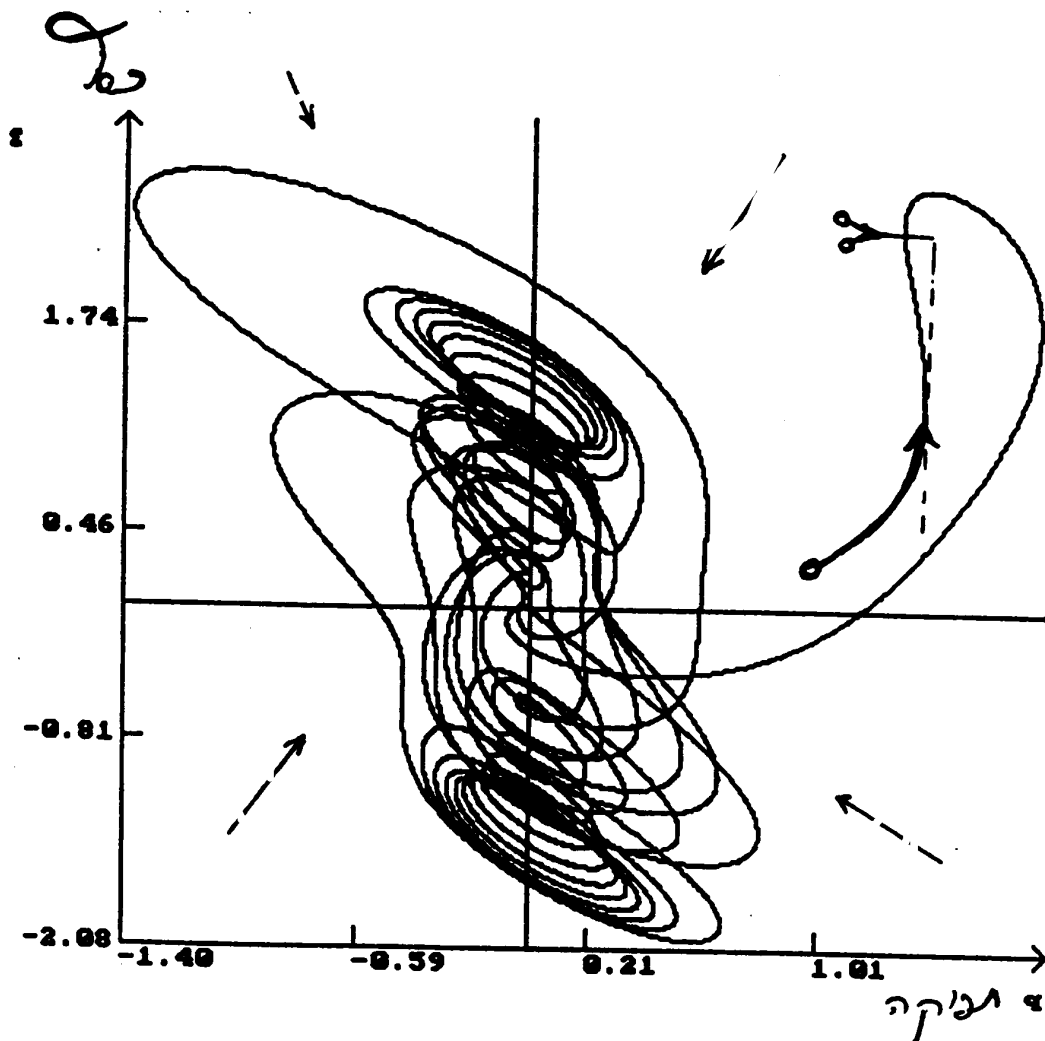
<sup>7</sup> אין בכך פלא; מערכות טבעיות נוטות בדרך כלל להיות בסביבה הסימטרית שלהן, קרי קצבי שינוי אחידים (א דומים) לכל מרכיבי המערכת. כאוס מאופיין, בין השאר, בשיעורי שינוי לא אחידים של מרכיביו, ובמושכים מוזרים גם סימניהם מנוגדים בלפחות אחד מהמרכיבים. בסדרות פיננסיות המצב יותר ברור, ויש סימנים למבנה לא-ליארי (כאוטי). הסיבה לכך כנראה היא טיב, תדירות, אורך, שינויות, מיגוון ושפע הסדרות הפיננסיות לעומת הסדרות הכלכליות (בעיקר המקרו-כלכליות) העומדות לרשתנו.

<sup>8</sup> חשוב לציין כי מציאת התופעה של קורי-עכביש (cobweb), כפי שנתגלתה בשווקים חקלאיים בארה"ב בשנות השלושים, ובשוק הדירור הישראלי [תמרי 1981], מעידה על הימצאות מבנה כאוטי-פרקטלי.

החלק השלישי מכיל מדריך לתוכנה<sup>9</sup> שעיקרה ניתוח ועיצוב מודלים מתמטיים דינמיים רציפים ובדידים והצגתם הגרפית של הפתרונות. לתוכנה מייצג גרפי מרשים (לא צבעוני) עבור הפתרונות של המודל המעוצב על-ידי הקורא (ראה ציור).

הספר מיועד לעוסקים במערכות דינמיות (למרבת הכלכלנים מוכר צד אחד של העיסוק הזה מהניתוח של סדרות עיתיות [Ruelle]). קריאה בספר זה מחייבת ידע מינימלי בציוד המתמטי הנדרש והרבה השלמות מהספרות הרלוונטית (הכלכלית והמתמטית) לתורת הכאוס. התוכנה ידידותית, אך מחייבת שליטה מלאה בתורה על מנת להבין את ממצאיה. עם זאת היא נמצאת עדיין בשלביה העובריים וצריך להזהר בשימוש בה.

סימולטור כלכלי-מוניטרי-גלובלי (מושך מזור strange attractor)



<sup>9</sup> את התוכנה יש להזמין בנפרד מהספר והיא דומה באופיה ותיפקודה לחכנה [Kocak, Phaser] אך בנוסף לאינטגרטור הדינמי יש לה גם מבחנים לכאוס.

## מקורות

- באטרא (1984) "השפל הכלכלי הגדול 1990", תרגם דוד כהן, הוצאת מטר.  
 ג'ימס גליק (1991) "כאוס", תרגם עמנואל לוטם, הוצאת מעריב.  
 הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה (1994) "חשבונות לאומיים 1993, אומדנים מוקדמים".  
 הרשות לתכנון לאומי וכלכלי, משרד הכלכלה והתכנון,  
 (1985) "תכנית למשק הלאומי 1990-1985";  
 (1988) "תכנית למשק הלאומי 1992-1988";  
 (1988) "כלי התכנון של התכנית למשק הלאומי 1992-1988".  
 תמרי אפרים (מרץ 1981) "מחזוריות ומחירים בענף הדיור", הרבעון לכלכלה 108.  
 -----, (אוקטובר 1989) "אינפלציה תיאורטית ומדודה", הרבעון לכלכלה 130.  
 -----, (אוגוסט 1990) "מדוע אין צמיחה", הרבעון לכלכלה 145.  
 בן תמרי (1991) "אקומטריה I - יסודות הכלכלה", אקומטריה בע"מ, ת"ד 10580 י"ם 91103.  
 -----, (1995) "אקומטריה II - כלכלה דינמית", -----.  
 -----, 1994, "תוכניות ייצוב, עוגן נומינלי וחוקי שימור", בפרסום.

- Barnett, W.A. and Geweke, J. and Shell, K.**, (1989) "Economic complexity: chaos, Sunspots, bubbles, and nonlinearity" Cambridge University Press.  
**Drachman, R. and Zilberfarb, B.**, July (1987) "An Econometric Annual Model of the Real Sector in Israel" Economic-Modelling; 4(3).  
**Brock, W.A. and Hsieh, D.A. and Lebaron, B.**, (1991) "Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability: Statistical Theory and Economic Evidence", The MIT Press.  
**Goodwin, R.M.**, 1990, "Chaotic Economic Dynamics" Clarendon Press, Oxford.  
**Kocak, H.**, (1986) "Difference Equations through Computer Experiments" (includes software) Springer-Verlag.  
**Peters, E.**, (1991) "Chaos and Order in the Capital Markets" Wiley and Sons, inc.  
**Ruelle, D.**, (1989) "Chaotic Evolution and Strange Attractors (The statistical analysis of time series for deterministic nonlinear systems)" Cambridge University Press. ■

[www.bentamari.com/ecometry](http://www.bentamari.com/ecometry)